

数据结构（C语言版）（第2版）



树和二叉树

树和二叉树的定义

主讲教师：汪红松

教学目标

- 01**
OPTION 理解二叉树的定义和术语，二叉树的性质，特殊的二叉树；
- 02**
OPTION 掌握二叉树的存储结构，顺序存储，二叉链表和线索二叉树；
- 03**
OPTION 掌握二叉树的前序、中序、后序、层次遍历方法；
- 04**
OPTION 了解树和森林的定义，树的存储，树、森林与二叉树的转换；
- 05**
OPTION 理解树的应用，哈夫曼树及哈夫曼编码；
- 06**
OPTION 能够写出二叉树的前序、中序、后序、层次遍历，灵活运用遍历算法实现二叉树的操作。

教学内容 Contents

- 1 树和二叉树的定义
- 2 二叉树的性质和存储结构
- 3 遍历二叉树
- 4 线索二叉树
- 5 树和森林
- 6 哈夫曼树及其应用

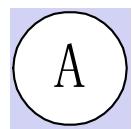
▶▶▶ 一、树的定义

树 (Tree) 是 n ($n \geq 0$) 个结点的有限集，它或为空树 ($n = 0$) ；或为非空树，对于非空树 T :

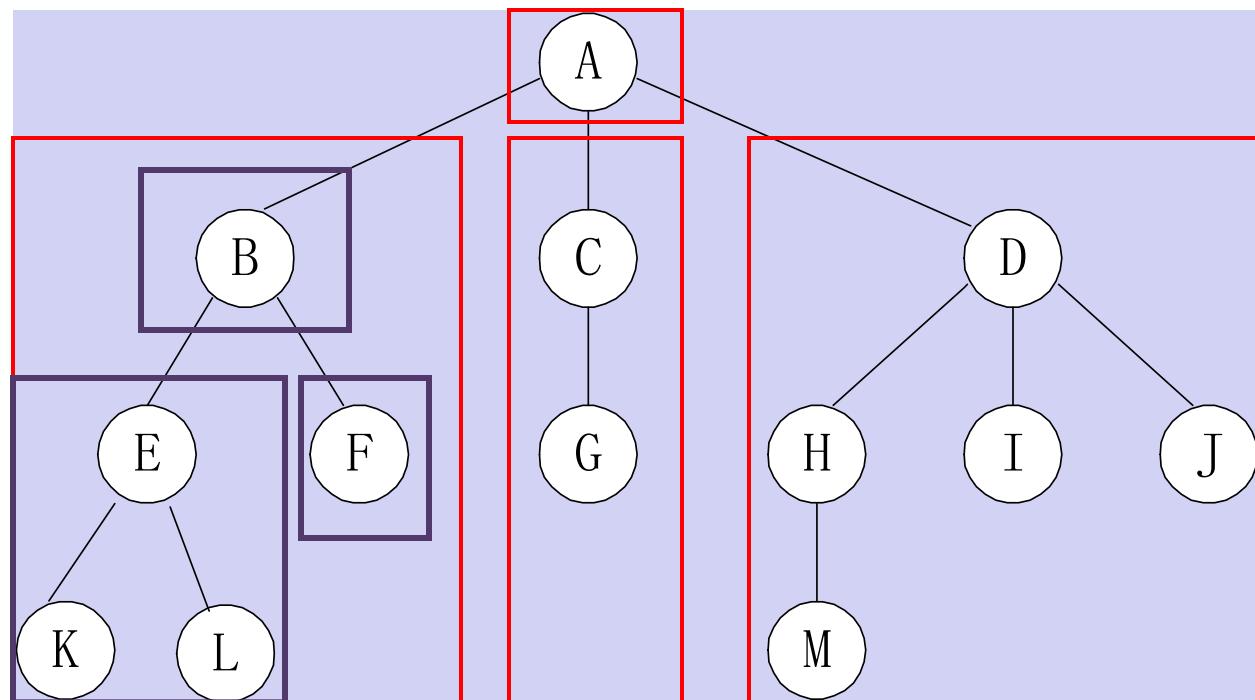
- 1 有且仅有一个称之为根的结点；
- 2 除根结点以外的其余结点可分为 m ($m > 0$) 个互不相交的有限集 T_1, T_2, \dots, T_m , 其中每一个集合本身又是一棵树，并且称为根的子树 (SubTree) 。

▶▶▶ 一、树的定义

树是n个结点的有限集。



(a)



T_1

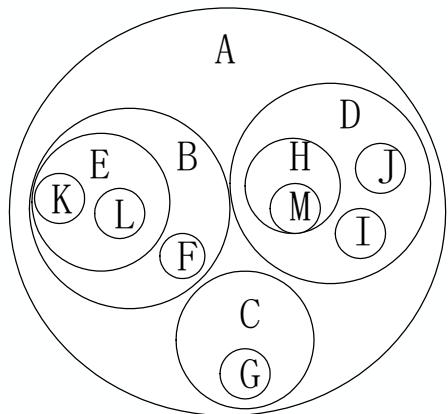
T_2

T_3

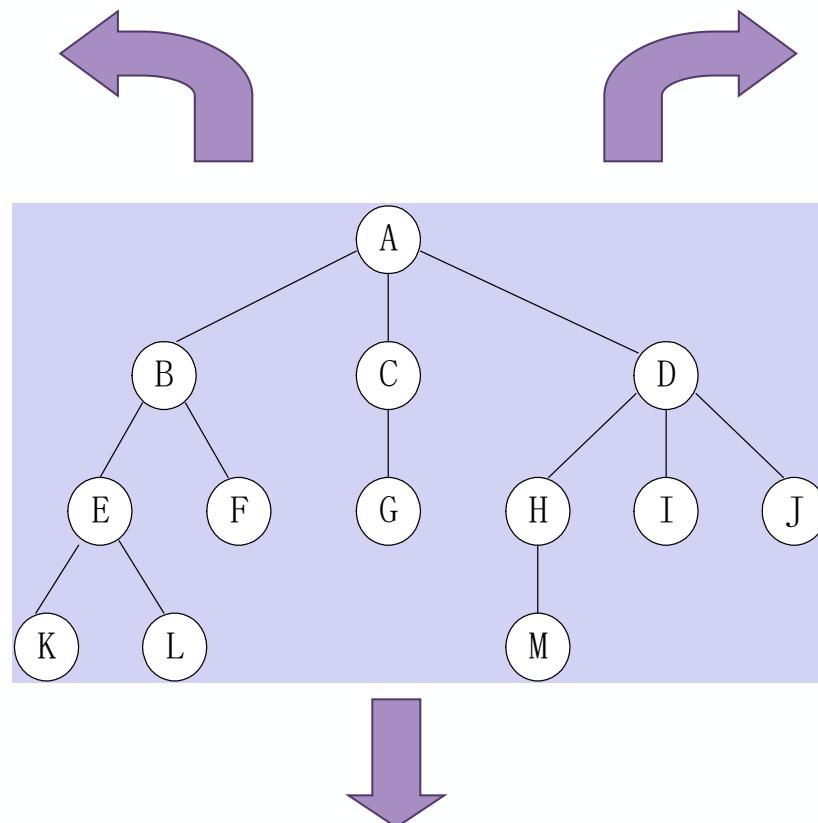
(b)

▶▶▶ 一、树的定义

1. 树的其它表示方式

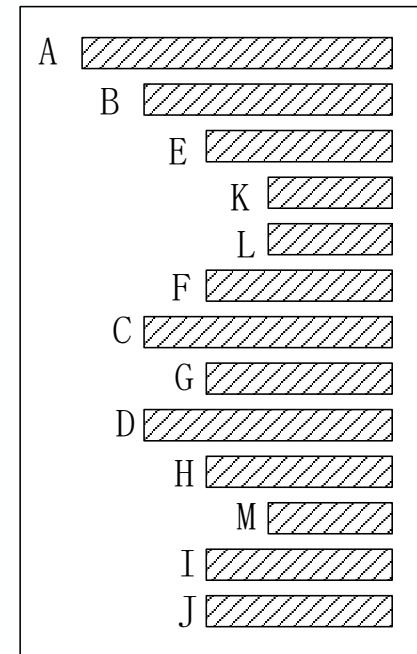


(a) 嵌套集合



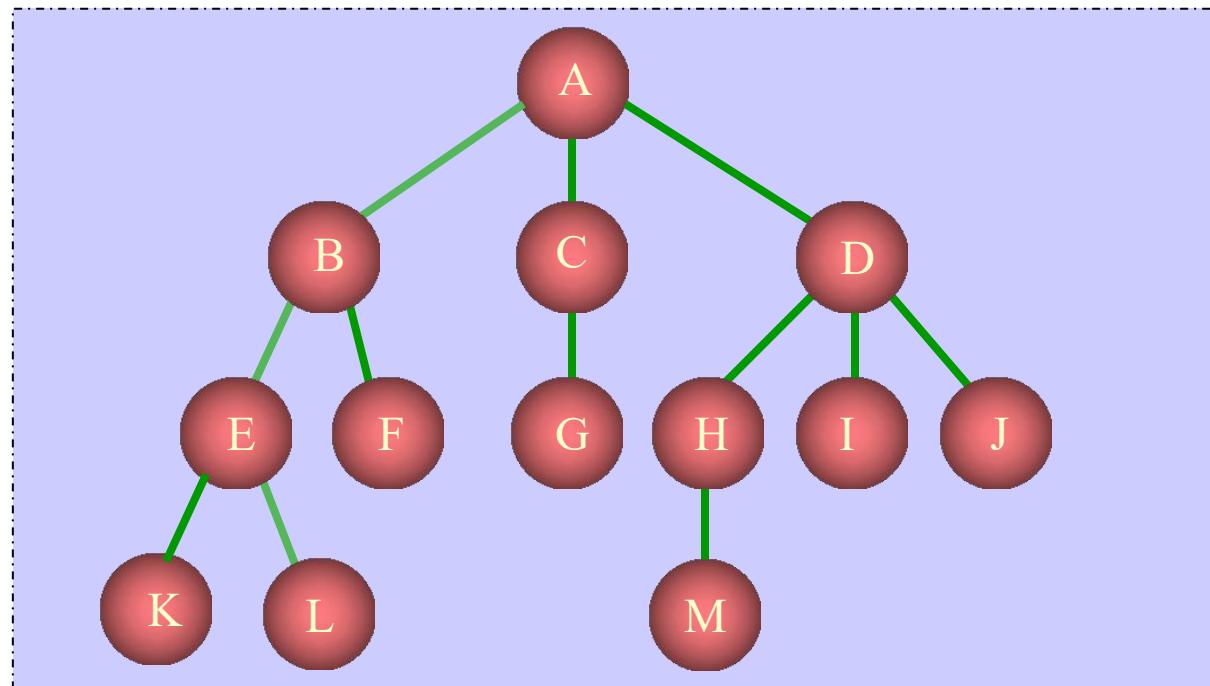
(A(B(E(K, L), F), C(G), D(H(M), I, J))))

(b) 广义表

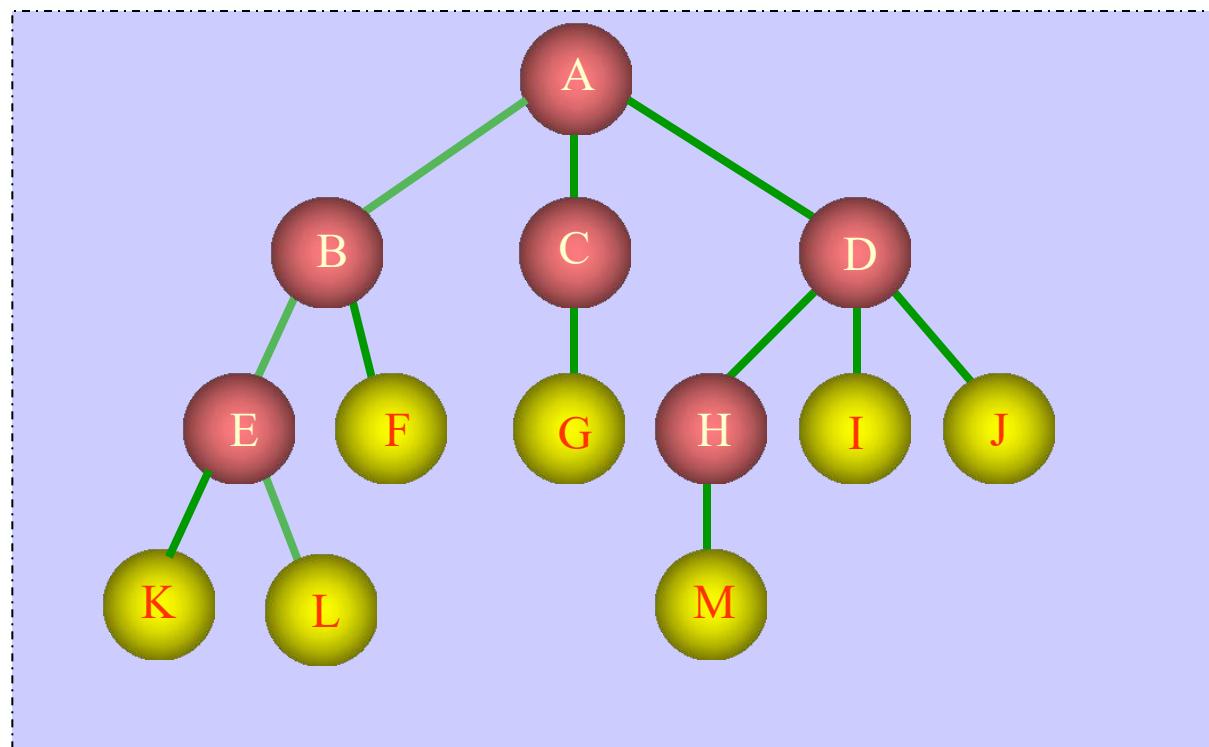


(c) 凹入表示

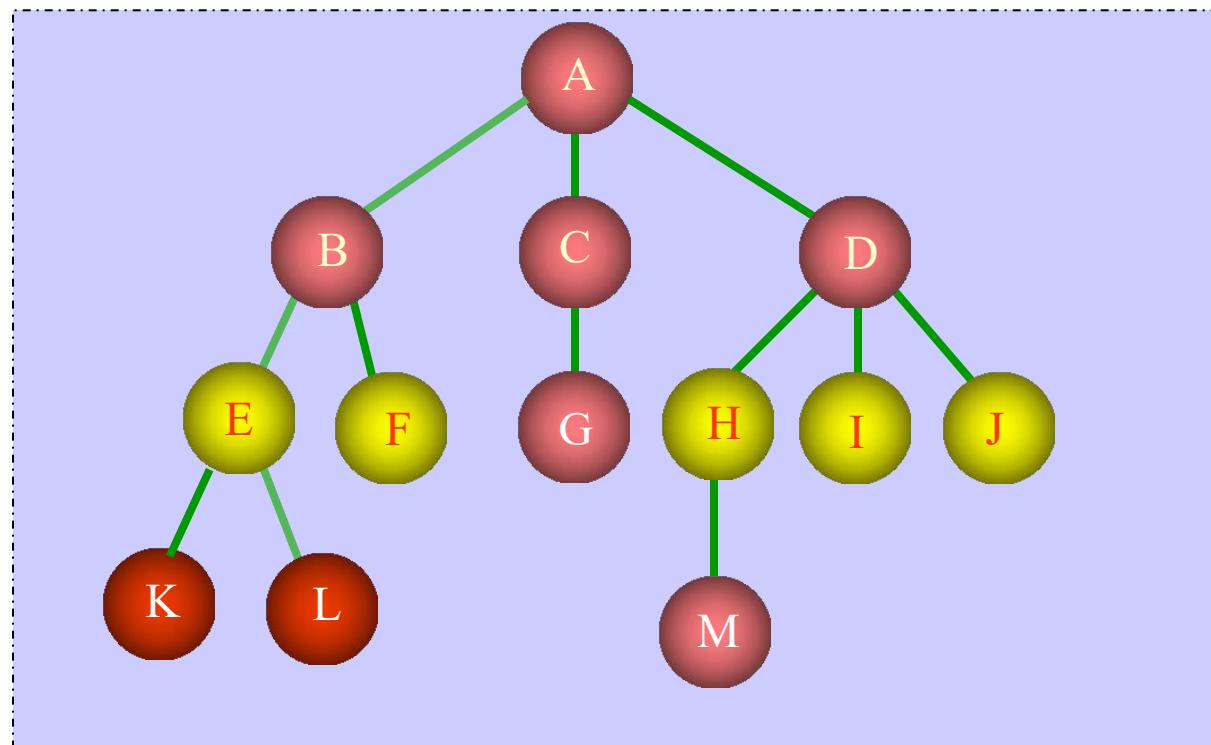
- (1) **结点**: 树中的一个独立单元。包含一个数据元素及若干指向其子树的分支;
- (2) **结点的度**: 结点所拥有的子树的个数;
- (3) **树的度**: 树中各结点度的最大值;



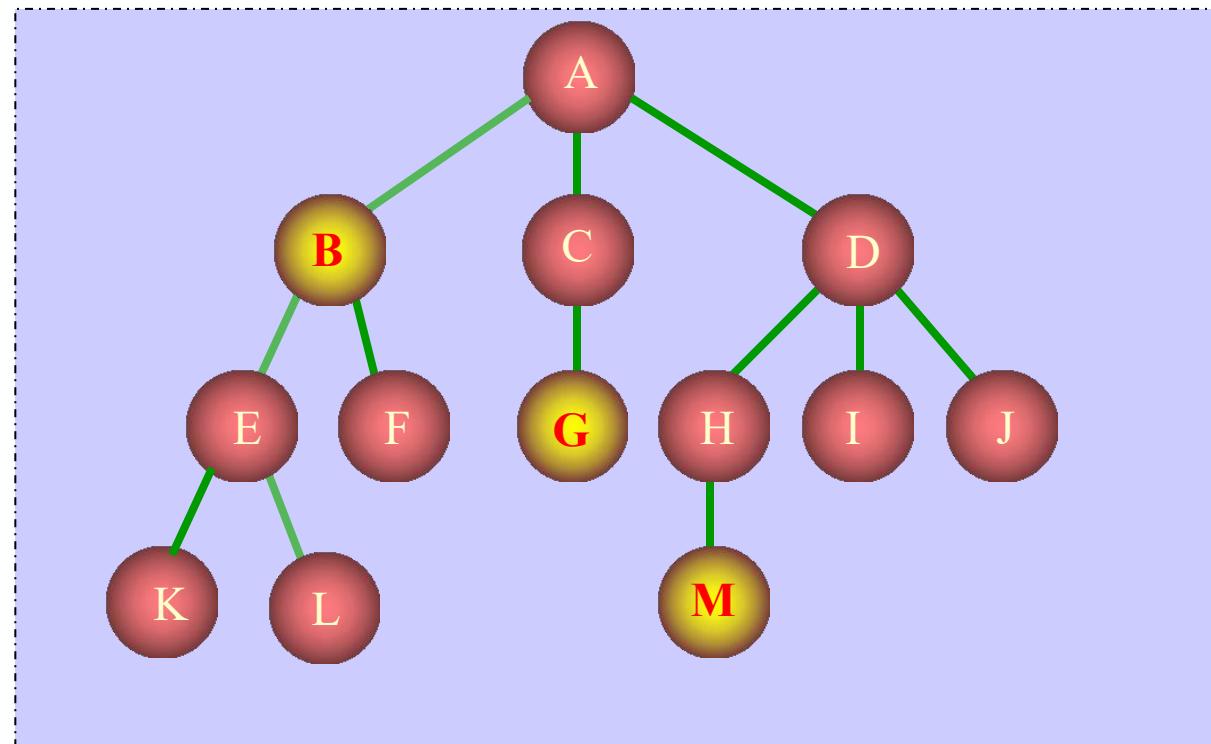
- (4) **叶子结点**: 度为0的结点, 也称为终端结点;
(5) **非终端结点**: 度不为0的结点, 也称为分支结点;



- (6) 孩子、双亲：树中某结点子树的根结点称为这个结点的孩子结点，这个结点称为它孩子结点的双亲结点；
- (7) 兄弟：具有同一个双亲的孩子结点互称为兄弟；



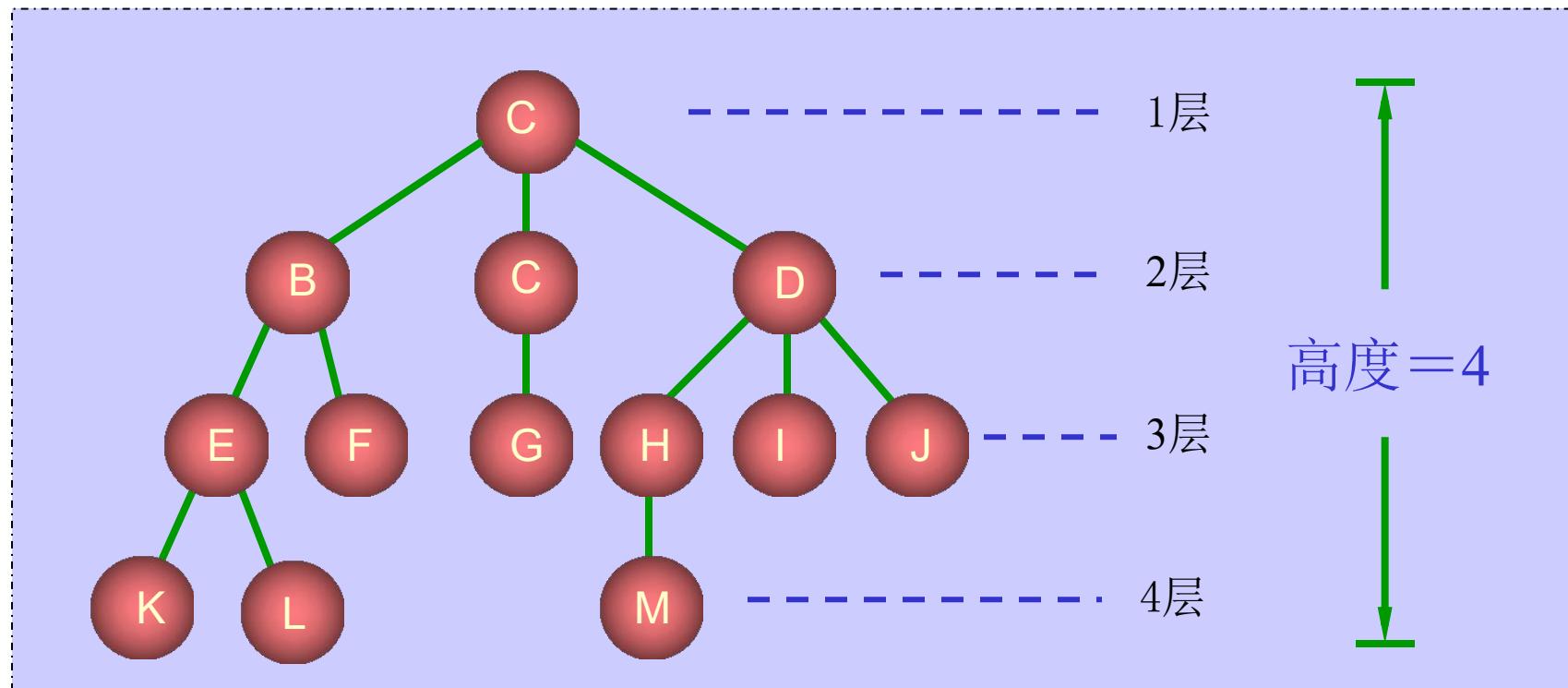
- (8) 祖先：从根到该结点所经分支上的所有结点；
- (9) 子孙：以某结点为根的子树中的任一结点；
- (10) 堂兄弟：双亲在同一层的结点互为堂兄弟；



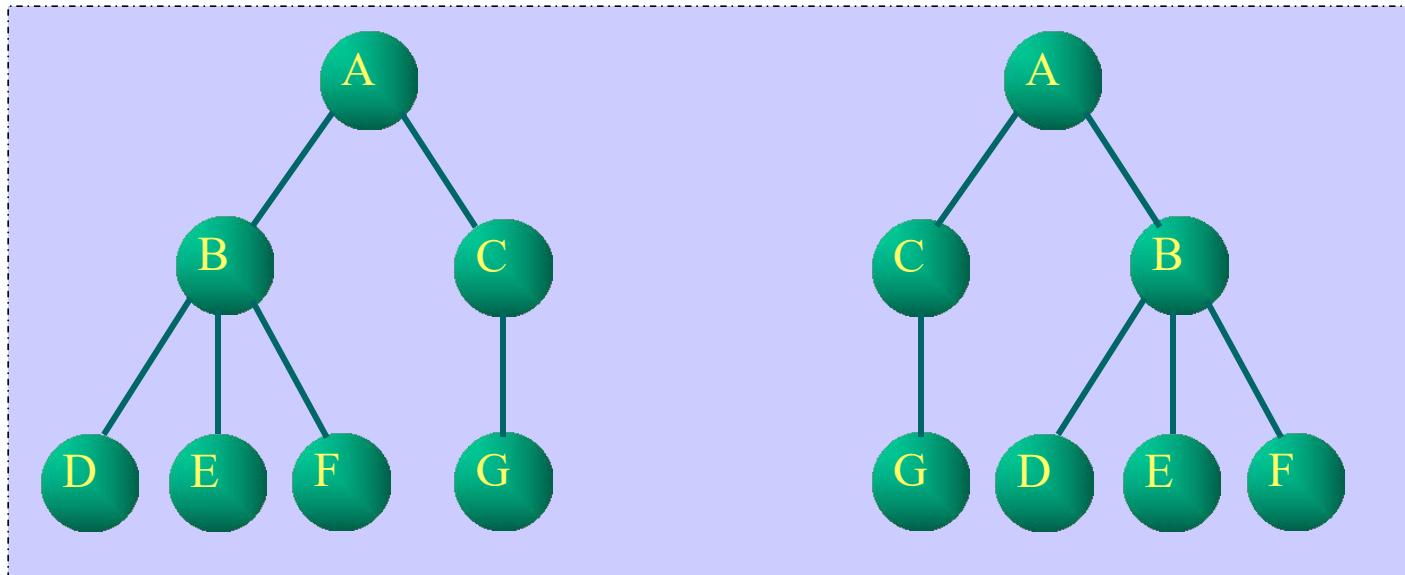
一、树的定义

2. 基本术语

- (11) **结点所在层次:** 根结点的层数为1；对其余任何结点，若某结点在第k层，则其孩子结点在第k+1层；
- (12) **树的深度:** 树中所有结点的最大层数，也称**高度**；

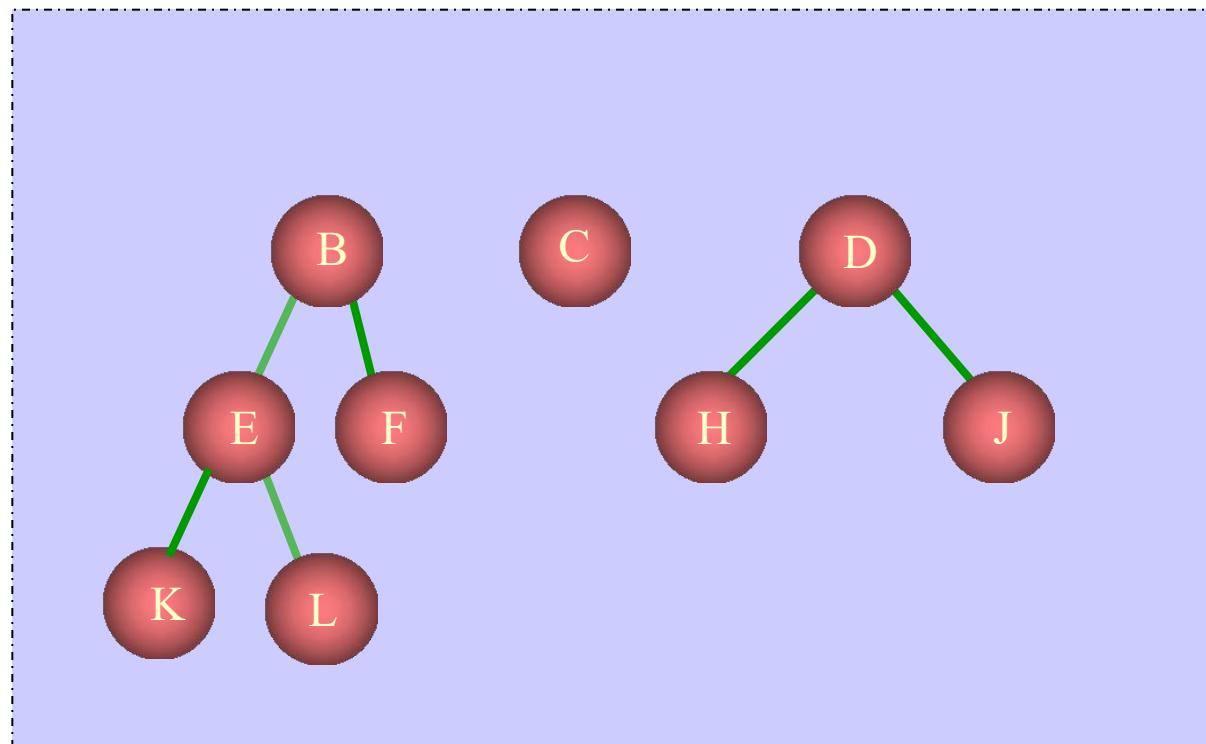


(13) **有序树、无序树：**如果一棵树中结点的各子树从左到右是有次序的，称这棵树为有序树；反之，称为无序树；

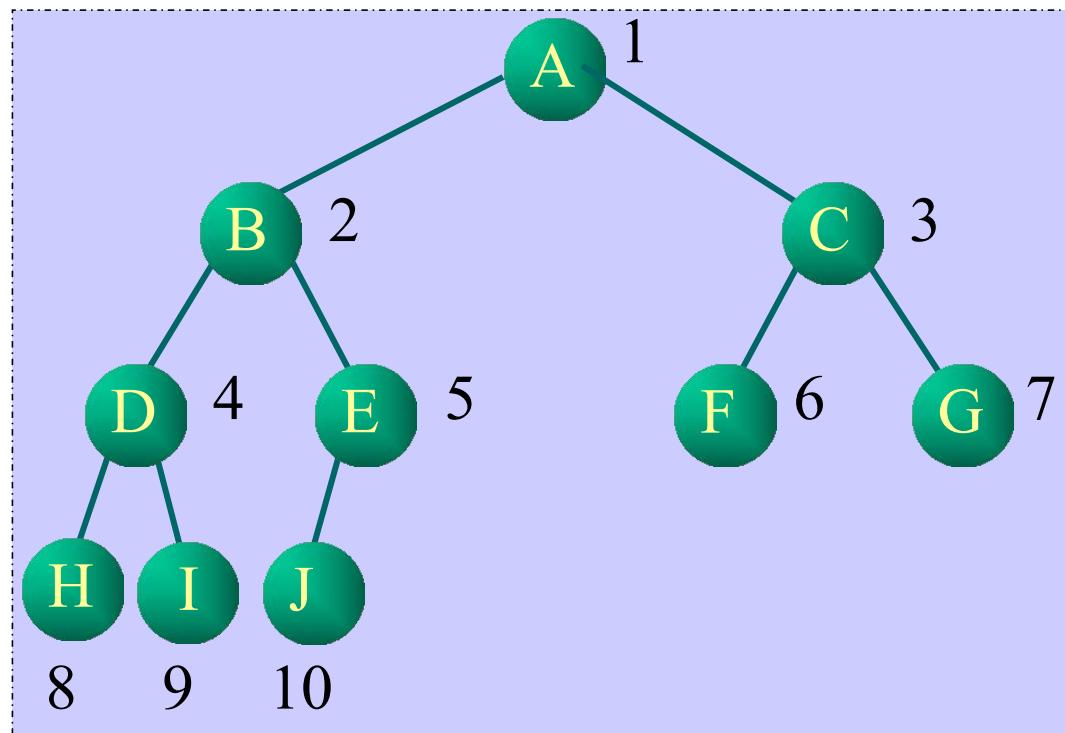


数据结构中讨论的一般都是有序树

(14) 森林: $m (m \geq 0)$ 棵互不相交的树的集合;



(15) **层序编号**: 将树中结点按照从上层到下层、同层从左到右的次序依次给他们编以从1开始的连续自然数。



树结构和线性结构的比较

线性结构

第一个数据元素

无前驱

最后一个数据元素

无后继

其它数据元素

一个前驱,一个后继

一对一

树结构

根结点（只有一个）

无双亲

叶子结点(可以有多个)

无孩子

其它结点

一个双亲,多个孩子

一对多

▶▶▶ 二、二叉树的定义 1. 定义

二叉树 (Binary Tree) 是 n ($n \geq 0$) 个结点所构成的集合 , 它或为空树 ($n = 0$) ; 或为非空树 , 对于非空树 T :

(1) 有且仅有一个
称之为根的结点 ;

(2) 除根结点以外的其余结
点分为两个互不相交的子集
 T_1 和 T_2 , 分别称为 T 的左子树
和右子树 , 且 T_1 和 T_2 本身又
都是二叉树。

▶▶▶ 二、二叉树的定义

普通树（多叉树）若不转化为二叉树，则运算很难实现。

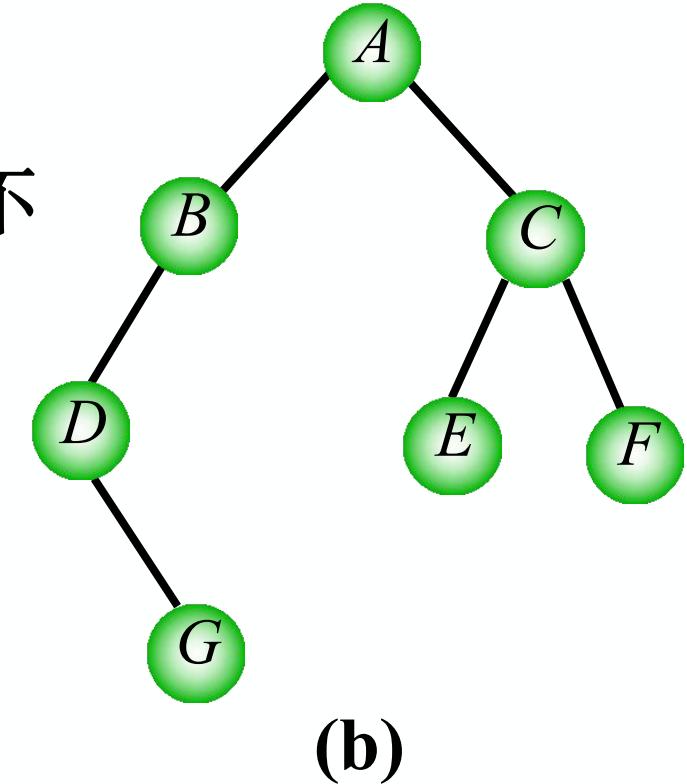
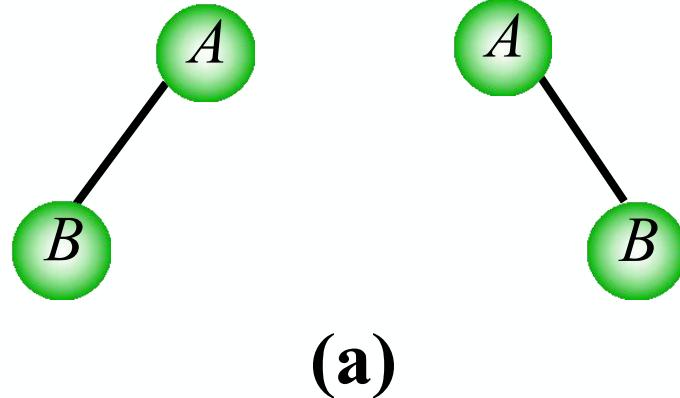
为什么要重点研究每结点最多只有两个“叉”的树？

- ✓ 二叉树的结构最简单，规律性最强；
- ✓ 可以证明，所有树都能转为唯一对应的二叉树，不失一般性。

二、二叉树的定义

2. 特点

- (1) 每个结点最多有两棵子树；
- (2) 二叉树是有序的，其次序不能任意颠倒。



注意：二叉树和树是两种树结构。

二、二叉树的定义

3. 基本形态

Φ

(a) 空二叉树



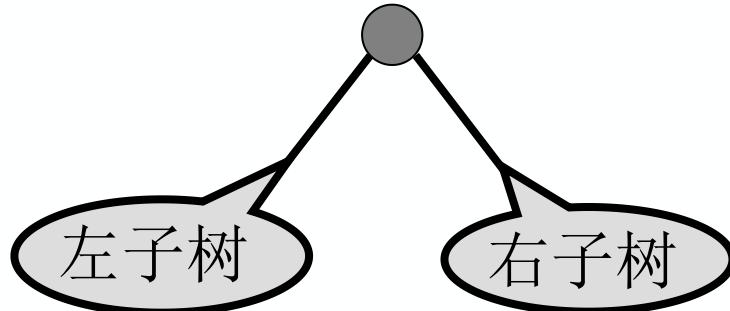
右子树

(b) 只有一个根结点

(c) 根结点只有右子树



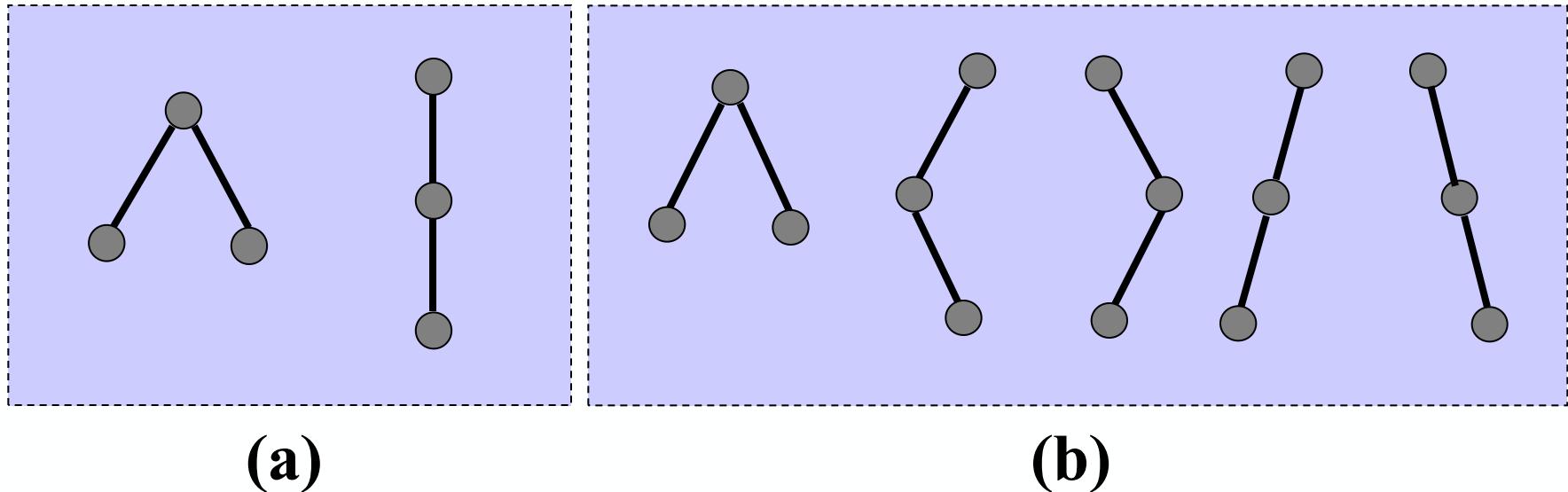
(d) 根结点只有左子树



(e) 根结点同时有左右子树

▶▶▶ 练习

具有3个结点的树和具有3个结点的二叉树的形态。



❖ 二叉树和树是两种树结构。

▶▶▶ 三、树的抽象数据类型定义

ADT BinaryTree{

数据对象D: 树是由一个根结点和若干棵子树构成，
树中结点具有层次关系及相同数据类型

数据关系R: 若 $D = \Phi$, 则 $R = \Phi$;

若 $D \neq \Phi$, 则 $R = \{H\}$; 存在二元关系 :

① root 唯一 //关于根的说明

② $D_j \cap D_k = \Phi$ //关于子树不相交的说明

③ //关于数据元素的说明

基本操作 P : //至少有15个

}ADT Tree

三、树的抽象数据类型定义

CreateTree(&T,definition)

初始条件：definition给出树T的定义。

操作结果：按definition构造树T。

TreeDepth (T)

初始条件：树T存在。

操作结果：返回T的深度。

InsertChild(&T, p, i, c)

初始条件：树T存在，p指向T中某个结点，非空树c与T不相交。

操作结果：插入c为T中p所指结点的第i棵子树。

TraverseTree(T)

初始条件：树T存在。

操作结果：按某种次序对T的每个结点访问一次。

三、树的抽象数据类型定义 ——二叉树

ADT BinaryTree{

数据对象D: 由一个根结点和两棵互不相交的左右子树构成，
结点具有相同数据类型及层次关系

数据关系R: 若 $D = \Phi$, 则 $R = \Phi$;

若 $D \neq \Phi$, 则 $R = \{H\}$; 存在二元关系 :

① root 唯一 //关于根的说明

② $D_j \cap D_k = \Phi$ //关于子树不相交的说明

③ //关于数据元素的说明

④ //关于左子树和右子树的说明

基本操作 P : //至少有20个

}ADT BinaryTree

▶▶▶ 三、树的抽象数据类型定义 ——二叉树

CreateBiTree(&T,definition)

初始条件：definition给出二叉树T的定义。

操作结果：按definition构造二叉树T。

PreOrderTraverse(T)

初始条件：二叉树T存在。

操作结果：先序遍历T，对每个结点访问一次。

InOrderTraverse(T)

初始条件：二叉树T存在。

操作结果：中序遍历T，对每个结点访问一次。

PostOrderTraverse(T)

初始条件：二叉树T存在。

操作结果：后序遍历T，对每个结点访问一次。



小结：

介绍了树的定义及相关的基本术语

介绍了树、二叉树的定义和特点

介绍了树和二叉树的抽象数据类型的定义